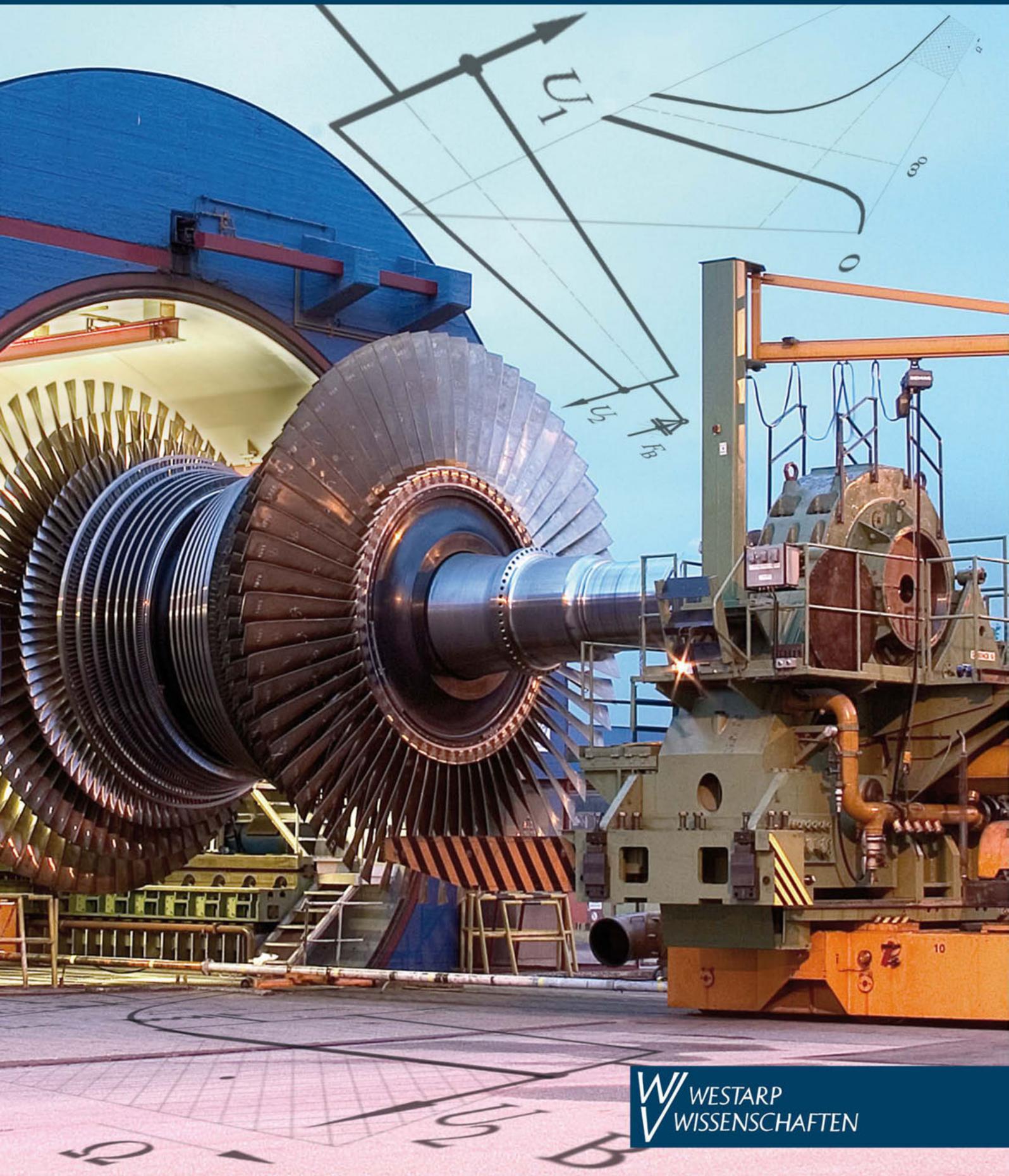


PETER SELKE • GUSTAV ZIEGLER

MASCHINENDYNAMIK



Maschinendynamik

4., komplett überarbeitete und erweiterte Neuauflage

begründet von Gustav Ziegler (†)
fortgeführt und neu bearbeitet von Peter Selke

Vorwort

Nach dem Erscheinen der letzten Auflage des Lehrbuches »Maschinendynamik« von GUSTAV ZIEGLER sind fast 20 Jahre vergangen. Der Tod des Autors hat weitere Auflagen verhindert. Das vorliegende Lehrbuch stellt eine völlige Neubearbeitung dar, auch wenn natürlich viele Abschnitte des »ZIEGLER« grundsätzlich übernommen, ergänzt und – wo nötig – auf den aktuellen Stand gebracht wurden. Dabei habe ich mich bemüht, den Charakter des Lehrbuches als »behutsame Einführung«, wie es von GUSTAV ZIEGLER im Vorwort zur 1. Auflage formuliert wurde, zu erhalten.

Dieses Buch ist als Grundlagenlehrbuch – in erster Linie für das Studium – konzipiert. Die Grundlagen sind vom jeweiligen Stand der Technik relativ unabhängig; auch wenn nicht übersehen werden soll, dass moderne Lösungsverfahren auch neue Fragen an die Grundlagenwissenschaften stellen. Die mathematischen Grundlagen in diesem Buch sind auf die diesbezüglichen Anforderungen der Rechentechnik ausgerichtet. Lösungsverfahren werden deshalb in traditioneller Form wie auch in Matrizenform geboten. Erstere sind leichter nachzuvollziehen, letztere sind – nachdem man die Mathematik begriffen hat – eine übersichtlichere und viel kürzere Beschreibung mehrdimensionaler Probleme. Sie sind eine Voraussetzung für die Aufbereitung numerischer Lösungen. Diesem Aspekt ist auch der neu aufgenommene Abschnitt Modellbildung zuzurechnen.

Der ebenfalls unter den Grundlagen als Anwendung für die Lösung von Kontinuumsschwingungen neu aufgenommene Abschnitt zur Finite-Elemente-Methode soll die Vorgehensweise und Lösungsproblematik, einschließlich der Genauigkeitsgrenzen, zeigen und hat nicht den Anspruch, in das Verfahren einzuführen.

Die beiden Kapitel Maschinendynamik der Strömungsmaschine sowie der Hubkolbenmaschine, die das spezielle Arbeitsgebiet von GUSTAV ZIEGLER waren, sprengen in der ursprünglichen Form (auch schon damals) den Rahmen eines Grundlagenlehrbuches. Die Entwicklungen der Triebwerks- sowie Motortechnik der letzten Jahre, entstanden aus Umwelt-, Leistungs- und Kostenaspekten, erfordern eine ständige Aktualisierung der speziellen Fachliteratur. Ein Lehrbuch für Maschinendynamik ist dafür nicht der richtige Rahmen. Die allgemeinen, zum Verständnis der Probleme wichtigen Grundlagen und Beispiele – einschließlich der anschaulichen grafischen Lösungen – sind in den Kapiteln 4 und 5 in großem Umfang erhalten geblieben. Spezielle Themen, wie z.B. das Problem der Schwingungen von Schau-felpaketen bei Strömungsmaschinen oder auch nicht mehr verwendete Näherungsverfahren, die sich auch nicht für eine einfache Handrechnung eignen, wurden unter Hinweis auf entsprechende Literatur nicht übernommen.

Neu aufgenommen wurde das Kapitel 3; der Abschnitt 5.2 wurde dem aktuellen Stand angepasst und mit der überarbeiteten Massenausgleichsproblematik des Schubkurbelantriebes im Kapitel 5, siehe oben, zusammengeführt.

Für die Lösung nahezu aller Aufgabenstellungen ist der Computer ein starker Helfer. Die Zielstellung dieses Buches ist aber nicht, den Umgang mit den Programmen zu üben – dies

ergibt sich aus der täglichen Arbeit; zudem existiert dafür eine Fülle von Spezialliteratur. Auch kann der routinierte Umgang mit der Benutzeroberfläche eines Programms in keinem Fall das Verstehen der physikalischen Zusammenhänge ersetzen. Diese zu erklären, auch um die Rechentechnik effektiv nutzen zu können, ist das Anliegen dieses Buches.

Die aus der Anwendung der Rechentechnik hervorgehenden Lösungen bedürfen immer einer sorgfältigen Verifizierung, z.B. in Form von (in der Regel teuren) Versuchsergebnissen oder einfachen (meist billigeren, aber ungenauen) Handrechnungen; häufig Iterationsrechnungen. Darum und nicht aus »musealen« Gründen werden diese beschrieben. Der daran nicht interessierte Leser wird die betreffenden Seiten ohnehin überschlagen.

Die kurzen Ausflüge in die Technikgeschichte, die im Buch immer mal wieder zu finden sind, sollen Begeisterung (mindestens aber Interesse) für die Technik wecken. Das Verstehen von Zusammenhängen sowie das eigenständige Nachdenken werden besonders durch den Vergleich unterschiedlicher Darstellungen zum gleichen Sachverhalt gefördert. Das umfangreiche Literaturverzeichnis und zahlreiche Hinweise im Text geben dafür genügend Anregungen.

Verschiedene, inzwischen eigenständige Fachgebiete der Maschinendynamik (z.B. die Motorenentwicklung, die Auswuchttechnik usw.) haben ein sehr eigenständiges Bezeichnungssystem entwickelt, das nicht mit den anderen Gebieten abgestimmt ist. Dem habe ich in Grenzen versucht Rechnung zu tragen, um das Verstehen der weiterführenden speziellen Literatur zu erleichtern. Die Konsequenzen daraus, wechselnde Koordinatenbezeichnungen und unterschiedliche Schreibweisen für die Maßeinheiten (z.B. rad/s; s⁻¹; Hz) sind Absicht. Die Grenzen dabei sind ein einheitlicher Bezeichnungsaufbau im Lehrbuch.

Alle Zeichnungen im Buch wurden neu erstellt. Ein großer Teil wurde von meiner Mitarbeiterin Frau Dipl.-Ing. (FH) GABRIELE WILLE, die mit großer Geduld meine zahlreichen Sonderwünsche bei der Anfertigung der Abbildungen ertragen hat, angefertigt. Ihr sei an dieser Stelle sehr herzlich gedankt. Der andere Teil dieser umfangreichen Arbeit wurde von Frau KATHARINA HAUFE und Herrn DIRK MÖRING beim Westarp Verlag mit viel Engagement geleistet. Auch Ihnen gebührt mein ausdrücklicher Dank.

Bei der Bereitstellung von geeignetem Bildmaterial habe ich von fast allen angesprochenen Firmen spontane Unterstützung erhalten. An dieser Stelle möchte ich mich hierfür bei den Firmen GERB Schwingungsisolierungen GmbH & Co. KG, der Rolls-Royce Deutschland Ltd. & Co. KG, der Volkswagen AG, der Siemens AG sowie der SCHENCK RoTec GmbH bedanken. Mein besonderer Dank gilt dabei Herrn Dr.-Ing. DIETER THELEN für fachkundige Beratung und Herrn THOMAS HOPPE der Fa. SCHENCK, Herrn Dipl.-Ing. FRANK DALMER von der GERB GmbH & Co. KG sowie Herrn Dipl.-Ing. UWE KOTUCZ von der Siemens AG. Für zur Verfügung gestellte Bilddateien bedanke ich mich beim Oldenbourg Verlag, bei Herrn ANTON SCHMID.

Nicht zuletzt bedanke ich mich beim Westarp Verlag, insbesondere bei meinem Lektor Herrn Dr. GÜNTHER WANNENMACHER, für die hervorragende Zusammenarbeit.

Inhalt

	Vorwort	V
	Inhaltsverzeichnis	VII
1	Einleitung	1
2	Schwingungsgrundlagen	3
2.1	Der Schwingungsbegriff	3
2.2	Übersicht	3
2.3	Modellbildung	7
2.3.1	Modellaufbau	7
2.3.2	Elemente diskreter Rechenmodelle	11
2.3.2.1	Massen	11
2.3.2.2	Federn	12
2.3.2.3	Dämpfer	15
2.4	Lineare Schwingungen mit einem Freiheitsgrad	16
2.4.1	Schwingungsdarstellung	16
2.4.2	Freie ungedämpfte Schwingungen	17
2.4.2.1	Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichung	17
2.4.2.2	Lösung der Differentialgleichung	18
2.4.2.3	Energiebetrachtungen	23
2.4.2.4	Translationsschwingungen	25
2.4.2.5	Biegeschwingungen	29
2.4.2.6	Torsionsschwingungen	34
2.4.2.7	Pendelschwingungen	37
2.4.3	Freie gedämpfte Schwingungen	43
2.4.3.1	Problembeschreibung	43
2.4.3.2	Dämpfungsarten	44
2.4.3.3	Freie Schwingung des linear gedämpften Schwingers	49
2.4.4	Erzwungene Schwingungen	56
2.4.4.1	Erregerkennwerte bei periodischer Erregung	56
2.4.4.2	Harmonische Analyse periodischer Schwingungen	57
2.4.4.3	Wegerregung/ Federkrafterregung	61
2.4.4.4	Dämpferfußpunkterregung	67
2.4.4.5	Stützererregung	68
2.4.4.6	Massenkrafterregung	69
2.4.4.7	Zusammenstellung wichtiger Gleichungen	76
2.4.4.8	Erzwungene Schwingungen bei nichtharmonischer Erregung	78
2.4.5	Übungsaufgaben zum Abschnitt 2.4	81
2.5	Lineare Schwinger mit mehreren Freiheitsgraden	83
2.5.1	Grundlagen	83
2.5.2	Federkopplung	84
2.5.3	Massekopplung	93

2.6	Kontinuumsschwingungen	97
2.6.1	Problembeschreibung	97
2.6.2	Ungedämpfte Eigenschwingungen	98
2.6.2.1	Biegeschwingungen	98
2.6.2.2	Torsionsschwingungen	103
2.6.2.3	Berechnung nach der Finite-Elemente-Methode	107
2.6.3	Übungsaufgaben zum Abschnitt 2.6	113
3	Maschinenaufstellung	114
3.1	Allgemeine Problemstellung	114
3.2	Untersuchung des Einmassenschwingers	118
3.2.1	Aktive Schwingungsisolierung	118
3.2.2	Passive Schwingungsisolierung	126
3.2.3	Zusammenfassung der Ergebnisse	130
3.3	Fundament unter Stoßbelastung	132
3.3.1	Die Aufstellung eines Schmiedehammers	132
3.3.2	Dynamische Berechnung	133
3.4	Schwingungstilgung	139
3.4.1	Ungedämpfter Schwingungstilger	139
3.4.2	Schwingungstilger mit Dämpfung	144
3.5	Übungsaufgaben zum Kapitel 3	148
4	Maschinendynamik rotierender Antriebselemente	152
4.1	Problembeschreibung	152
4.2	Biegekritische Drehzahlen	153
4.2.1	Begriff und Bedeutung	153
4.2.2	Das Verhalten eines Einscheiben-Rotors bei kritischer Drehzahl	155
4.2.2.1	Der ungedämpfte LAVAL-Läufer	155
4.2.2.2	Dämpfungseinfluss auf das Drehzahlverhalten	161
4.2.2.3	Die Kreiselwirkung	163
4.2.2.4	Präzessionsbewegung im Gleichlauf und Gegenlauf	167
4.2.3	Biegekritische Drehzahlen des allgemeinen Rotors	169
4.2.3.1	Berechnung mit den MAXWELLSchen Einflusszahlen	169
4.2.3.2	Näherungsverfahren von DUNKERLEY und RAYLEIGH	176
4.2.3.3	Iterationsverfahren nach STODOLA	182
4.2.4	Sekundäre Einflüsse auf die kritische Drehzahl	184
4.2.4.1	Allgemeines	184
4.2.4.2	Einfluss der federnden Lagerung	185
4.2.4.3	Einfluss des Ölfilms bei Gleitlagerung	187
4.2.4.4	Einfluss unrunder Wellenquerschnitte	188
4.2.5	Zusammenfassung	190
4.2.6	Übungsaufgaben zum Abschnitt 4.2	192
4.3	Torsionsschwingungen von Wellensträngen	194
4.3.1	Einführung	194
4.3.2	Ungefesselte Schwingungssysteme	195
4.3.2.1	Zweimassenschwinger	195
4.3.2.2	Ermittlung von Ersatzsystemen	201
4.3.2.3	Mehrmasenschwinger	209
4.3.3	Gefesselte Schwingungssysteme	223
4.3.4	Übungsaufgaben zum Abschnitt 4.3	229
4.4.	Ermittlung des periodischen Erregerspektrums	231

4.4.1	Schwingungserregung bei der Axial-Strömungsmaschine	231
4.4.2	Schwingungserregung beim Hubkolbenmotor	246
4.5	Abschätzung der Spannungsamplituden bei Resonanz	249
4.6	Konstruktive Möglichkeiten zur Vermeidung gefährlicher Schaufelschwingungen	259
5	Maschinendynamik bei freien Massenkräften	268
5.1	Allgemeine Problemstellung	268
5.2	Auswuchttechnik	268
5.2.1	Grundlagen	268
5.2.2	Die Unwucht am starren Rotor	272
5.2.3	Die zulässige Restunwucht	273
5.2.4	Unwuchtarten	276
5.2.5	Darstellung des Unwuchtzustandes	280
5.2.6	Der Unwuchtausgleich	281
5.2.6.1	Wuchtverfahren	281
5.2.6.2	Statisches Auswuchten	282
5.2.6.3	Dynamisches Auswuchten	286
5.2.7	Auswuchten nachgiebiger Rotoren	288
5.2.7.1	Allgemeines	288
5.2.7.2	Wellenelastische Rotoren	289
5.2.7.3	Körperelastische Rotoren	295
5.2.7.4	Plastische Rotoren	295
5.2.8	Auswuchtmaschinen	295
5.2.9	Übungsaufgaben zum Abschnitt 5.2	300
5.3	Der Massenausgleich	301
5.3.1	Problembeschreibung	301
5.3.2	Der Massenausgleich des Schubkurbeltriebes	304
5.3.2.1	Kinematik des Schubkurbeltriebes	304
5.3.2.2	Kräftesystem des Schubkurbeltriebes	309
5.3.2.3	Berechnung der Massenkräfte und Massenmomente	312
5.3.2.4	Massenausgleich der Einzylindermaschine	317
5.3.2.5	Massenausgleich bei Mehrzylindermaschinen	322
5.3.2.6	Hinweis auf das Massenumlaufmoment	333
5.3.3	Übungsaufgaben zum Abschnitt 5.3	340
	Lösungen der Übungsaufgaben	341
	Formelzeichen	360
	Literatur	365
	Sachwortregister	370
	Namenregister	377

2 Schwingungsgrundlagen

2.1 Der Schwingungsbegriff

Der Begriff der Schwingungen ist sehr weit gefasst. Es genügt, wenn sich eine Größe mit der Zeit in sich wiederholender Weise ändert, um von einer Schwingung sprechen zu können. Ihren Frequenzen entsprechend treten sie für uns in sehr verschiedenen Formen in Erscheinung; nur einen ganz geringen Teil davon können wir mit unseren Sinnen wahrnehmen. Den größten Teil können wir nur als Signale messen. Sehr ausdrucksstark, für die technische Literatur ungewöhnlich, hat JOSEF GEIGER die Schwingung im Vorwort zu seinem Werk »Mechanische Schwingungen und ihre Messung« beschrieben: »Der erste Lichtstrahl, der in das Auge des neugeborenen Säuglings dringt, der letzte Ton, der an das Ohr des müden Greises schallt, der Schritt, den, von der fürsorglichen Hand der Mutter geleitet, das Kind vollführt und der letzte Schlag unseres Herzens: alle sind letzten Endes Schwingungsvorgänge.« /GEIGER, J.: Mechanische Schwingungen und ihre Messung. Berlin, Springer Verlag 1927, Vorwort/.

Im technischen Bereich, auf den wir uns hier beschränken wollen, erfordert die schädliche, sehr oft auch gefährliche Schwingungswirkung Gegenmaßnahmen, wie Dämpfung oder Isolierung. Schwingungseffekte lassen sich andererseits aber auch nutzen; zum Beispiel bei Förder-, Sieb- und Verdichtungssystemen. Sowohl die Nutzung von Schwingungen wie auch deren Bekämpfung erfordert neben der Untersuchung im Versuchsfeld auch die mathematische Beschreibung des Schwingungsvorganges. Dabei wird prinzipiell nach dem folgenden Schema vorgegangen:

- Modellfindung
- Modellberechnung
- Ergebnisinterpretation

Während für die Modellberechnung mit dem Computer ein effizientes Werkzeug zur Verfügung steht, sind für die Erstellung eines praxisrelevanten Modells und die Ergebnisinterpretation die Erfahrungen des Ingenieurs unentbehrlich.

2.2 Übersicht

Die Zusammenfassung gleichgearteter Schwingungen zu Gruppen erleichtert ihre Behandlung. Wir wollen uns auf die wichtigsten der im Maschinenbau vorkommenden Schwingungen und dabei wiederum auf *stabile Systeme* beschränken. Bei zeitabhängigen Systemen können nämlich auch instabile Zustände, bei denen die Zustandsvariablen unkontrollierte Werte

annehmen oder gegen unendlich gehen, auftreten. Für den interessierten Leser gibt es dazu umfangreiche Literatur unter dem Stichwort »Chaostheorie«. Zur Einführung, leicht verständlich, seien ACHESON, D. »Vom Calculus zum Chaos« und KINNEBROCK, W. »Bedeutende Theorien des 20. Jahrhunderts«, beide Oldenbourg Wissenschaftsverlag, empfohlen; für einen kurzen exemplarischen Einblick in das Phänomen Chaos sei auf MAGNUS/POPP /42/ verwiesen.

Wenn wir in

- periodische Schwingungen und
- nichtperiodische Schwingungen

einteilen, dann sind es in erster Linie die *periodischen Schwingungen*, denen unser Interesse gilt. Eine solche liegt vor, wenn sich die zeitliche Änderung der betrachteten Größe in gleichen Zeitabschnitten wiederholt. Bild 2.1 zeigt eine periodische Schwingung.

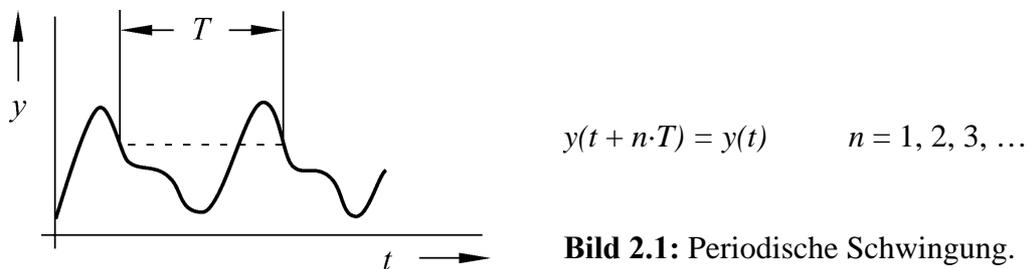


Bild 2.1: Periodische Schwingung.

Die Periode (Schwingungsdauer) T ist für die jeweilige Schwingung konstant. Periodische Schwingungen von besonderer Bedeutung sind die *harmonischen Schwingungen* (Sinus- bzw. Kosinusschwingungen). Ein anschauliches Beispiel dafür ist die auf Bild 2.2 gezeigte Bewegung der Kreuzschubkurbel.

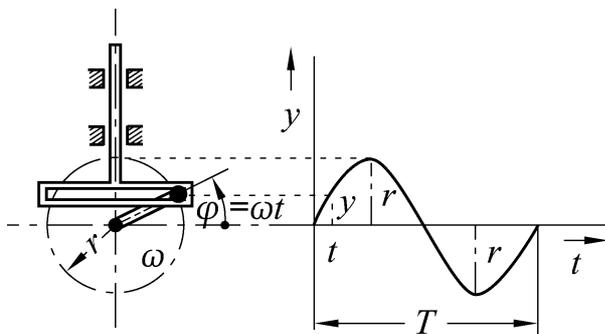


Bild 2.2: Schwingende Bewegung der Kreuzschubkurbel.

Während sich die Kurbel mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω dreht, vollführen alle auf der Kulisse und Gleitstange liegenden Punkte eine reine Sinusschwingung.

Dabei sind:

$$\text{Schwingweg} \quad y = r \cdot \sin \varphi = r \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.1)$$

$$\text{Schwinggeschwindigkeit} \quad \dot{y} = r \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.2)$$

$$\text{Schwingbeschleunigung} \quad \ddot{y} = -r \cdot \omega^2 \sin(\omega \cdot t) = -\omega^2 \cdot y. \quad (2.3)$$

Ersetzen wir in der Gleichung (2.108) die auf die Gesamtmasse bezogene Unwucht durch die sogenannten *reduzierten Exzentrizität* $s = U/m$, erhalten wir eine Länge, die der Erregeramplitude nach Gleichung (2.98) gleichwertig ist und die Bewertung einer auftretenden Schwingungsamplitude ermöglicht. Somit können wir die Vergrößerungsfunktion bei Unwuchterregung auch zu

$$V_3 = \frac{\hat{y}}{s} = V_1 \cdot \eta^2$$

in vergleichbarer Schreibweise formulieren.

Für ungedämpfte Schwingungen ($\mathcal{G} \approx 0$) vereinfacht sich die Gleichung (2.108) zu

$$V_3 = \frac{\eta^2}{|1 - \eta^2|}.$$

Das Resonanzabstimmungsverhältnis

$$\eta_{\text{Res}} = \sqrt{\frac{1}{1 - 2 \cdot \mathcal{G}^2}} \quad (2.109)$$

macht deutlich, dass die Dämpfung bei Unwuchterregung den Resonanzpunkt von $\eta = 1$ zu höheren Werten verschiebt (strichpunktierte Kurve in Bild 2.50).

Der Frequenzgang der Phasenverschiebung ist mit dem der Wegerregung identisch.

Für den Bewegungsaufnehmer (Bild 2.49b) kommen wir zum formal gleichen Ergebnis. Mit der Relativbewegung y_{rel} der Masse m gegenüber dem Gehäuse (ein raumfester Bezugspunkt steht messtechnisch nicht zur Verfügung)

$$y_{\text{rel}} = y - y_s$$

und der harmonischen Wegerregung des Messobjektes

$$y_s = \hat{y}_s \cdot \sin(\Omega \cdot t)$$

finden wir die Bewegungsgleichung mit frequenzabhängiger Erregeramplitude

$$m \cdot \ddot{y}_{\text{rel}} + d \cdot \dot{y}_{\text{rel}} + c \cdot y_{\text{rel}} = m \cdot \hat{y}_s \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega \cdot t).$$

Die partikuläre Lösung

$$y_{\text{rel}} = \hat{y} \cdot \sin(\Omega \cdot t - \varphi)$$

führt auf die erwartete Lösung:

$$V_3 = \frac{\hat{y}}{\hat{y}_s} = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4 \cdot g^2 \cdot \eta^2}}$$

Eine ausführlichere Beschreibung hierzu ist in /2/, Band 3 zu finden.

Beispiel 2.7

Für die auf Bild 2.51 gezeigte, mit ihrem Fundament starr verbundene Maschine mit der Gesamtmasse von Fundament und Maschine m , wollen wir den Einfluss der Unwucht für ein ungedämpftes Einmassenmodell auf die Aufstellung im unter- und überkritischen Bereich untersuchen. Das Fundament ist in senkrechter Richtung geführt und federnd (Federkonstante c) gelagert.

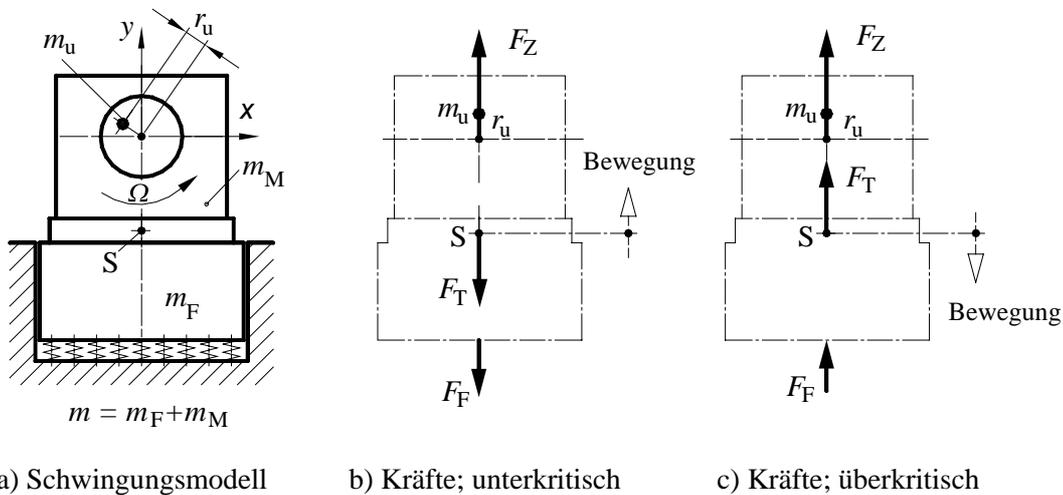


Bild 2.51: Unwuchterregte Maschinenaufstellung.

Lösung:

Zuerst untersuchen wir den *unterkritischen Drehzahlbereich* (hohe Abstimmung, $\eta < 1$): Wie wir aus dem Phasenfrequenzgang (Abb. 2.45b) erkennen können, verläuft die Gesamtbewegung von Maschine mit Fundament gleichphasig mit der Unwuchterregung ($\varphi = 0^\circ$). Im oberen Totpunkt der Unwuchtmasse sind der Schwingungsausschlag und die Beschleunigung maximal. Die Geschwindigkeit ist hier Null. Für die Bewegung von Unwuchtmasse und Gesamtmasse nach oben sind in Bild 2.51b unmittelbar vor dem Totpunkt die erregende Fliehkraft F_Z und – entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung – die Rückstellkraft (Federkraft) F_F und die D'ALEMBERTSche Trägheitskraft F_T angetragen. Das Gleichgewicht in senkrechter Richtung lautet

$$F_T - F_Z - F_F = m \cdot \ddot{y} - m_u \cdot r_u \cdot \Omega^2 - c \cdot y = 0.$$

Der Schwingungsausschlag bei harmonischer Erregung durch die umlaufende Unwucht ist

$$y = \hat{y} \cdot \sin(\Omega \cdot t)$$

3 Maschinenaufstellung

3.1 Allgemeine Problemstellung

Von Maschinen gehen in der Regel Erschütterungen auf den Aufstellort aus, die Störungen oder Schäden verursachen oder zumindest als Belästigungen empfunden werden. Darüber hinaus belasten Vibrationen von Maschinen den menschlichen Körper, z.B. Fahrzeug- oder Geräteschwingungen, die beim Führen von Geräten, wie Pressluftpömmel, Bohrmaschinen u.ä., entstehen. Obwohl Vibrationen nur ganz geringe Energiemengen transportieren, können sie sich sehr weit fortpflanzen und praktisch verlustfrei aus Bodenschichten in Gebäudefundamente übertreten. Wenn sie dann noch durch Resonanzeffekte verstärkt werden, können sie sich oft an unerwarteten Stellen sehr unangenehm bemerkbar machen. Bei Frequenzen unterhalb von 80 Hz spricht man von Vibrationen, darüber von Schall. Die weitgehende Verhinderung der schädlichen Auswirkungen von Schwingungen auf die Umgebung und den Menschen ist eine wichtige Aufgabe von Konstrukteuren, Projektanten und Betriebsingenieuren im Zusammenwirken mit Maschinenherstellern und -betreibern.

Wenn die Verringerung der Erregerkräfte oder eine Veränderung der Erregerfrequenzen nicht gelingt, bestehen zur Verminderung der Resonanzschwingungen folgende Möglichkeiten:

- Versteifung der Konstruktion
- Schwingungsdämpfung
- Schwingungstilgung
- Schwingungsisolierung

Welche Maßnahme sinnvoll ist, kann nur im Einzelfall entschieden werden. Die hierfür erforderlichen Systemveränderungen lassen sich aus Bild 3.1 ableiten.

Erfolgt die Schwingungsabwehr z.B. durch Schwingungsisolierung oder Massenausgleich, handelt es sich um *passive* Abwehrmaßnahmen. *Aktive* Abwehrmaßnahmen sind das Ausregeln der Erreger-schwingungen mittels Fremdenergiezufuhr oder die Verwendung von Gegenerregern und Schwingungstilgern.

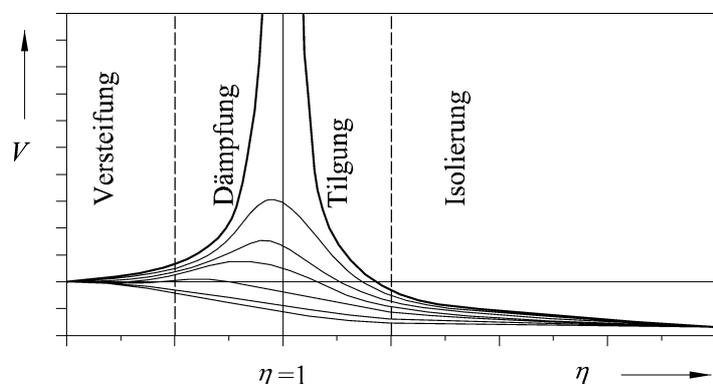


Bild 3.1: Möglichkeiten der Systembeeinflussung.

In diesem Kapitel wollen wir uns auf die Grundlagen aus dem Gebiet der Maschinenaufstellung beschränken. Dabei bilden weichfedernde Zwischenelemente zwischen Schwingungsquelle und Fun-

dament wohl das am häufigsten angewendete Mittel zur wirksamen Reduzierung des Schwingungseintrages ins Erdreich oder in Gebäude.

Der Schutz von Gebäuden, Maschinen, Geräten und Menschen vor den Erregerkräften durch die Minimierung der Störungen, die z.B. von Pumpen, Kompressoren, Motoren und Fertigungsmaschinen erzeugt werden, ist eine *aktive Isolierung* bzw. *aktive Entstörung* (Bild 3.2a). Das Berechnungsmodell einer Krafterregung (dynamische Schwingungsanregung), wie in Abschnitt 2.4.4 beschrieben, findet hierfür seine Anwendung.

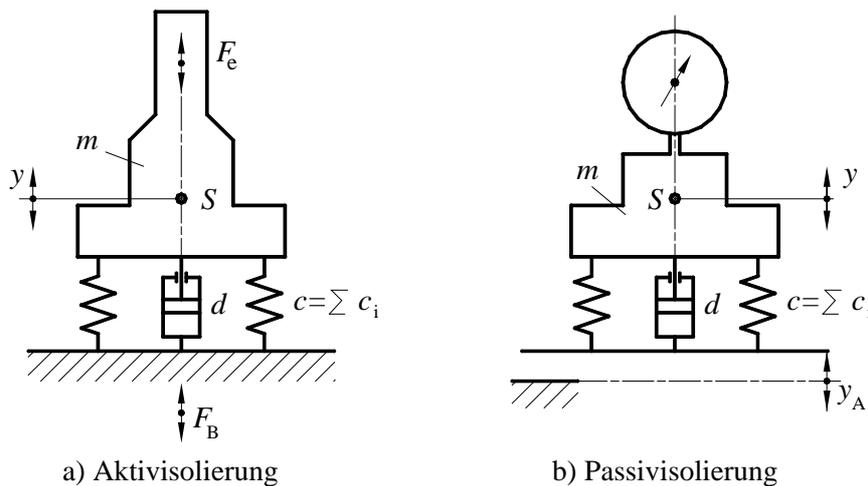


Bild 3.2: Schwingungs-
isolierung.

Bei der *passiven Isolierung* bzw. *passiven Entstörung* (Bild 3.2b: Wegerregung, auch als kinematische Schwingungsanregung bezeichnet) geht es darum, empfindliche Messgeräte, Mikroskope, Feinstbearbeitungsmaschinen u.ä. durch eine entsprechende Aufstellung weitestgehend von den schädigenden Erschütterungen abzuschirmen. Eine ähnliche Aufgabenstellung liegt bei der Auslegung einer Fahrzeugfederung vor.

Verschiedentlich werden auch die Begriffe *Quellenisolierung* für die aktive Isolierung und *Empfängerisolierung* für die Passivisolierung verwendet.

Jeder Aufstellungsort, der Baugrund, die Bauwerksdecke oder eine Tragekonstruktion ist elastisch und besitzt Dämpfungseigenschaften. Zusammen mit der aufgestellten Maschine ergibt das ein Schwingungssystem, dessen dynamisches Verhalten bekannt sein muss. Das Ziel der Aufstellung (Fundamentierung), die auf den Aufstellungsort übertragenen Kräfte und die Bewegungen der Maschine zu begrenzen, erreicht man durch die *Abstimmung* der Fundamenteigenfrequenzen gegenüber den durch die Maschine festgelegten Erregerfrequenzen (siehe hierzu auch Bild 3.1). Wie schon im Abschnitt 2.4.4 dargestellt, wird dies vorwiegend durch die Anpassung von Federkonstante und Masse des Fundamentes erreicht:

- Eine *hohe Abstimmung* liegt vor, wenn die Eigenfrequenzen der Fundamentalschwingung größer als das Erregerfrequenzspektrum ($\omega_0 > \Omega$; $\eta = \Omega/\omega_0 < 1$) sind.
- Eine *tiefe Abstimmung* ist durch $\omega_{0\max} < \Omega_{\min}$, also $\eta > 1$ (meist $\eta \geq 3$) gekennzeichnet.
- Wenn sich die Spektren (ohne dass Resonanz auftritt) überlagern, spricht man von einer *gemischten Abstimmung*.

Der Einfluss der Dämpfung ist in vielen Fällen vernachlässigbar gering.

4 Maschinendynamik rotierender Antriebs- elemente

4.1 Problembeschreibung

Dynamische Probleme, wie sie in diesem Kapitel behandelt werden, finden wir in Maschinen mit rotierenden Wellen wie Zentrifugen, Pumpen, Verbrennungsmotoren, Elektromaschinen oder Strömungsmaschinen. Die wesentlichen Elemente dieser Maschinen sind das Gehäuse, der Läufer und die Lagerungen mit den Dichtungen. Als Beispiel soll hier stellvertretend die Schnittdarstellung eines Flugzeugtriebwerkes, Bild 4.1, dienen.



Bild 4.1: Flugzeug-Triebwerk
Rolls Royce Trent 1000. Quelle:
Rolls Royce Ltd. & Co KG.

Erfahrungsgemäß gibt es, insbesondere beim Anlauf und bei Bremsvorgängen oder bei bestimmten Drehzahlen, dynamische Störerscheinungen. Beim Betrieb treten durch unvermeidliche – und in Grenzen geduldete – Exzentrizitäten der Drehmassen sowie durch die Elastizität der Werkstoffe und auch durch pulsierende Anregungen Schwingungen auf, die sich z.B. durch Geräusche, unruhigen Lauf, bis hin zu Rüttelerscheinungen mit der Folge von Schäden an Lagern, Wellen und Bauteilen äußern. Die von der Welle ausgehenden Schwingungen stellen sich überwiegend in Form von Biege- und Torsionsschwingungen dar; Längsschwingungen können als Begleiterscheinungen dazukommen. Dabei werden die *Biegeschwingungen* durch senkrecht zur Wellenachse gerichtete Komponenten periodischer Kräfte (Tangential- und Radialkräfte) angeregt. *Torsionsschwingungen* entstehen durch äußere wechselnde Momente, wie sie z.B. für den Kurbeltrieb typisch sind.

Biegeschwingungen sind meist auf Einzelteile begrenzt, da die Biegemomente nicht weitergeleitet werden. Die Federmasse ist oft nicht vernachlässigbar. Grundsätzlich ist zu unterscheiden, um welche Art der Schwingung es sich handelt. Im Fall von Wellenschwingungen wird im allgemeinen Sprachgebrauch auch dann von Biegeschwingungen gesprochen, wenn Wellen von Fliehkräften durchgebogen umlaufen, so dass der Eindruck einer Schwingung entsteht. Tatsächlich handelt es sich um eine umlaufende Verformung, die bei der *biegekritischen Drehzahl* entsteht und auf die Aufstellung über die Lagerung eine pulsierende Belastung ausübt. Eine Welle kann jedoch auch durch eine echte Biegeschwingung wie ein (nicht umlaufender) Balken belastet werden. Die vergleichbare Berechnung von Balken und Balken-

systemen haben in der Baudynamik und für die Berechnung von Maschinengestellen Bedeutung.

Voraussetzung für eine Schwingung ist natürlich das Vorhandensein einer entsprechenden Erregung. Eine harmonische Analyse der periodisch schwankenden Kräfte gibt Aufschluss über die Erregungsintensität der im Tangentialkraft- bzw. Radialkraftverlauf enthaltenen Harmonischen. Kommt eine kräftige Harmonische mit der für die zugehörige Biegeebene der Welle geltenden Eigenschwingungszahl innerhalb des Betriebsdrehzahlbereiches zur Resonanz, dann muss mit gefährlichen Biegeschwingungen gerechnet werden.

Das bei allen Maschinenwellen sehr wichtige Problem der biegekritischen Drehzahlen wird im Anschluss ausführlich behandelt.

Torsionsschwingungen werden im Wesentlichen als diskrete Schwinger behandelt, da – im Gegensatz zu den Biegeschwingern – die Massenträgheitsmomente der starren Einzelmassen meist groß gegenüber denen der Wellenabschnitte sind. Da Drehmomente von Wellen funktionsgemäß weitergeleitet werden, muss für die Modellierung der gesamte Antriebsstrang beschrieben werden. Das führt dann häufig zu Berechnungsmodellen mit einer großen Anzahl von Freiheitsgraden, die nur mit der Hilfe von leistungsfähigen Rechenprogrammen beschrieben werden können. Für kleine Systeme werden die Berechnungen (und damit die Grundlagen zum Verständnis der Ergebnisse der numerischen Lösungen) im Abschnitt 4.3 gezeigt.

Die erforderlichen Schwingungsberechnungen bestehen im Wesentlichen aus den folgenden Schritten:

- Festlegung eines geeigneten Berechnungsmodells (siehe hierzu auch Abschnitt 2.3); speziell bei Torsionsschwingungen Reduktion des Schwingungssystems auf ein gleichwertiges Ersatzsystem
- Aufstellen der Bewegungsgleichungen zur Ermittlung der Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen für das Ersatzmodell
- Ermittlung des Erregerspektrums
- Berechnung der Erregerkraftamplituden
- Berechnung der Amplituden für Wege und Kräfte (Ausschläge, Lagerkräfte)
- Berechnung der gefährlichen Resonanzdrehzahlen (kritischen Drehzahlen)

Für den Ingenieur ergeben sich daraus die folgenden (typischen) Aufgabenstellungen: Berechnung der durch die Ausschläge hervorgerufenen Wellenbeanspruchungen und Lagerkräfte, daraus folgend die Auswahl der (optimalen) Parameter sowie die Klärung der Schwingungsursachen (im Versuchsfeld).

4.2 Biegekritische Drehzahlen

4.2.1 Begriff und Bedeutung

Betriebszustände, welche die Gefahr unzulässig hoher Beanspruchungen bzw. Verformungen in sich bergen, werden als »kritisch« (im Sinne von gefahrvoll) bezeichnet. Es können daher auch Drehzahlen, bei denen gefährliche Resonanzschwingungen auftreten, als *kritische Drehzahlen* bezeichnet werden. Das ist z.B. bei der *zündtaktkritischen Drehzahl* eines Kolbenmotors der Fall. Bei dieser Drehzahl kommt es zur Resonanz der Torsions-Eigenfrequenz der Kurbelwelle mit einer Harmonischen der Drehkraftkurve von besonders hoher Erregungsintensität.

$$G = e_{\text{zul}} \cdot \omega = v_{\text{zul}}$$

gilt,

$$e_{\text{zul}} = \frac{v_{\text{zul}}}{\omega} = \frac{6,3 \text{ mm} \cdot \text{s}}{300 \text{ s}} = 0,021 \text{ mm} = 21 \text{ } \mu\text{m}.$$

In fast allen Fällen ist die Schwerpunktexzentrizität e sehr viel kleiner, als der Radius der Unwucht r_u , so dass die zweckmäßige Maßeinheit μm ist. Setzt man nach Gleichung (5.10) die Unwuchtmasse m_u in g, den Unwuchtradius r_u in mm (die Unwucht U also in g·mm) und die Rotormasse m in kg ein, so erhält man die Exzentrizität e in μm :

$$\left[1 \mu\text{m} = 1 \frac{\text{g} \cdot \text{mm}}{\text{kg}} \right].$$

Zur Berechnung der zulässigen Unwucht stellen wir die Gleichung (5.11) um:

$$U_{\text{zul}} = e_{\text{zul}} \cdot m = 21 \mu\text{m} \cdot 5 \text{ kg} = 105 \text{ g} \cdot \text{mm}.$$

5.2.4 Unwuchtarten

a) Statische Unwucht

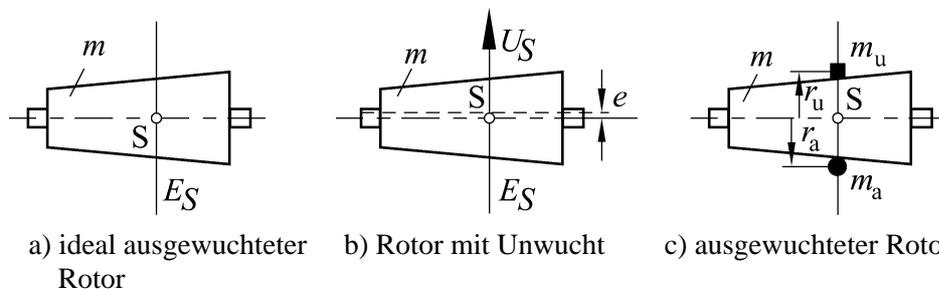


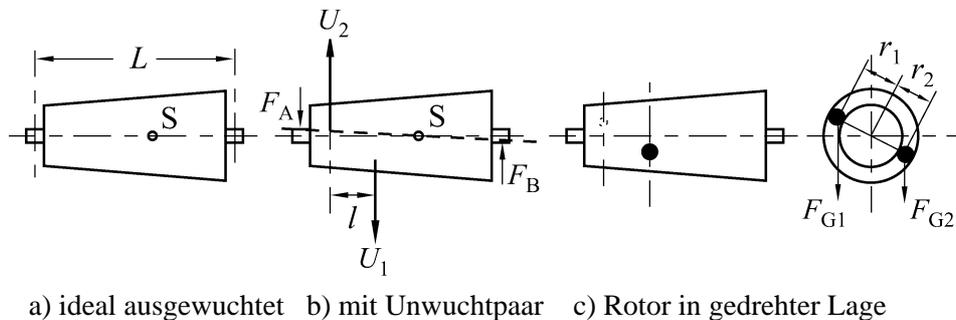
Bild 5.5: Statische Unwucht.

Wir gehen bei der nun folgenden Betrachtung wieder von einem gedachten, ideal ausgewuchteten Rotor aus, der sich dadurch auszeichnet, dass die Schaftachse exakt mit einer zentralen Hauptträgheitsachse zusammenfällt (Bild 5.5a). Nach Anbringen einer Unwucht U_S in der Radialebene E_S , in der sich der Schwerpunkt S des Körpers befindet, wird der Schwerpunkt S um $\vec{e} = \vec{U}_S/m$, wie im Abschnitt 5.2.3 dargestellt, von der Schaftachse abweichen. Die zentrale Hauptträgheitsachse liegt dann im Abstand e parallel zur Schaftachse (Bild 5.5b). Es liegt eine *statische Unwucht* $U_s = U_S$ vor.

Zur Feststellung einer statischen Unwucht ist es nicht notwendig, den Rotor in Drehung zu versetzen. Legt man den Rotor mit seinen Lagerzapfen auf Schneiden, dann rollt er, wenn eine statische Unwucht vorhanden ist, in seine stabile Gleichgewichtslage. Bei fehlender statischer Unwucht hingegen bleibt der auf Schneiden gelagerte Rotor in jeder beliebigen Umfangslage liegen, weil dann der Schwerpunkt exakt auf der Schaftachse liegt.

b) Momentenunwucht

Bringt man am ideal ausgewuchteten Rotor (Bild 5.6a) zwei gleich große, in zwei Radialebenen genau gegenüberliegende Unwuchten $\vec{U}_1 = \vec{U}_2 = \vec{U} = m_u \cdot \vec{r}_u$ (Unwuchtpaar) auf, so spricht man von einer *Momentenunwucht*. Der Schwerpunkt bleibt dabei zwar auf der Schaftachse liegen, die zentrale Hauptträgheitsachse aber neigt sich; sie schneidet die Schaftachse im Schwerpunkt (Bild 5.6b). In der Fachliteratur findet man auch die Bezeichnung rein dynamische Unwucht, seltener Taumelunwucht.



a) ideal ausgewuchtet b) mit Unwuchtpaar c) Rotor in gedrehter Lage

Bild 5.6: Momentenunwucht.

Mit dem Abstand der beiden Ebenen l ist die Momentenunwucht

$$\vec{U}_m = \vec{l} \times \vec{U}. \quad (5.12)$$

Der Vektor \vec{U}_m mit der Maßeinheit $\text{g} \cdot \text{mm}^2$ steht senkrecht auf der Längsebene, in der die Unwuchten liegen. Vereinfacht können wir schreiben:

$$U_m = l \cdot U = l \cdot m_u \cdot r_u. \quad (5.13)$$

Am ruhenden (auf Schneiden gelagerten) Rotor ist die rein dynamische Unwucht nicht feststellbar, die statischen Momente der Gewichtskräfte $F_{G1} \cdot r_1$ und $F_{G2} \cdot r_2$ heben sich gegenseitig auf (Bild 5.4c). Die bei Rotation entstehenden Fliehkräfte $F_{Z1} = U_1 \cdot \omega^2 = m_{u1} \cdot r_{u1} \cdot \omega^2$ und $F_{Z2} = U_2 \cdot \omega^2 = m_{u2} \cdot r_{u2} \cdot \omega^2$ bilden hingegen ein Kräftepaar, ein *Unwuchtmoment* (der Unterschied zur Momentenunwucht ist zu beachten), das von entsprechenden Lagerreaktionen, die auch ein Kräftepaar bilden, im Gleichgewicht gehalten werden muss. Der Unterschied zwischen der Momentenunwucht \vec{U}_m als Sonderfall der Unwucht und dem Unwuchtmoment \vec{M}_u als Fliehkraftmoment auf Grund einer Unwucht soll am folgenden Beispiel deutlich werden.

Beispiel 5.2

Der Rotor nach Bild 5.6, Drehzahl $n = 1400 \text{ U/min}$ hat zwei gegenüberliegende Unwuchten $\vec{U}_1 = \vec{U}_2 = 9000 \text{ g} \cdot \text{mm}$; der Ebenenabstand ist $l = 350 \text{ mm}$, der Lagerabstand ist $L = 1200 \text{ mm}$. Es sind das Unwuchtmoment und die Lagerkräfte zu berechnen.

Lösung:

Momentenunwucht $U_m = l \cdot U = 350 \text{ mm} \cdot 9 \text{ kg} \cdot \text{mm} = 3150 \text{ kg} \cdot \text{mm}^2$.

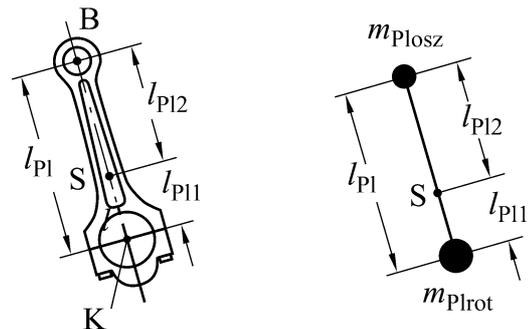
5.3.2.3 Berechnung der Massenkräfte und Massenmomente

Für den Massenausgleich sind die Massenkräfte im *Beharrungszustand* der Kolbenmaschinen zu ermitteln. Die Drehzahlschwankung einer Mehrzylindermaschine bzw. einer Maschine mit ausreichend bemessenem Schwungrad ist dann sehr gering. Die Berechnung kann somit für stationären Drehzustand $\omega = \text{konst}$ erfolgen. Für alle drehenden Teile sind also lediglich die Fliehkräfte zu berechnen. Die Verhältnisse, die aus dem ungleichmäßigen Drehverlauf der Pleuelwelle, hervorgerufen durch die Überlagerung der freien Drehmomente aus Gas- und Massenkräften der einzelnen Zylinder, entstehen (Rollmoment), sind in der speziellen Fachliteratur zur Motormechanik (z.B. /35/) ausführlich erklärt.

Die Massenkraft F_m ist – einfach ausgedrückt – das Produkt aus Masse und Pleuelbeschleunigung. Die Massenteilchen aller geradlinig bewegten Motorteile nach Bild 5.39 sind der gleichen Beschleunigung (a_K) unterworfen und können zu einer Punktmasse zusammengefasst werden. Lediglich die Pleuelstange führt eine allgemeine Bewegung aus, die – wie wir wissen – in eine Translation und eine Rotation um die Schwerachse zerlegt werden kann. Die Massenwirkung der Pleuelstange besteht aus Massenkraft und Massenmoment. Auf das daraus resultierende *Massenumlaufmoment* aus nicht gleichförmig bewegten, umlaufenden Massen, die tatsächlich nicht punktförmig (wie angenommen) sind, wird im Abschnitt 5.3.2.6 kurz eingegangen.

Reduktion der Pleuelstange

Die Pleuelstange kann zur Berechnung der Massenkräfte durch eine mit zwei Punktmassen besetzte, selbst masselose Stange entsprechend Bild 5.44 ersetzt werden.



a) Pleuelstange

b) Ersatzpleuelstange

Bild 5.44: Pleuelstange.

Diese Ersatzpleuelstange muss

die gleiche Masse:

$$m_{\text{P1osz}} + m_{\text{P1rot}} = m_{\text{P1}}$$

und die gleiche Schwerpunktlage:

$$m_{\text{P1osz}} \cdot l_{\text{P12}} - m_{\text{P1rot}} \cdot l_{\text{P11}} = 0$$

wie die wirkliche Pleuelstange aufweisen. Dabei steht der Index »osz« für oszillierend und »rot« für rotierend. Aus den obigen Gleichungen folgt:

$$m_{\text{P1osz}} = m_{\text{P1}} \cdot \frac{l_{\text{P11}}}{l_{\text{P1}}}, \quad (5.54)$$

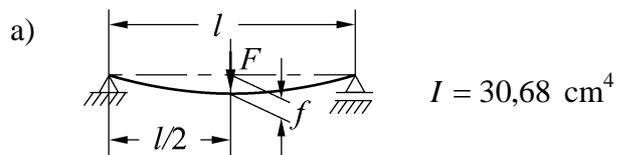
$$m_{\text{P1rot}} = m_{\text{P1}} \cdot \frac{l_{\text{P12}}}{l_{\text{P1}}} = m_{\text{P1}} \cdot \left(1 - \frac{l_{\text{P11}}}{l_{\text{P1}}}\right). \quad (5.55)$$

Für $\lambda = 1/4$ gilt näherungsweise $m_{\text{P1osz}} \approx \frac{1}{3} \cdot m_{\text{P1}}$ und $m_{\text{P1rot}} \approx \frac{2}{3} \cdot m_{\text{P1}}$.

Lösungen der Übungsaufgaben

Lösungen zum Kapitel 2

Aufgabe 2.4.1



$$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

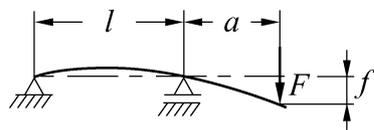
$$c = \frac{F}{f} = \frac{48 \cdot E \cdot I}{l^3} = 0,4832 \cdot 10^6 \text{ N/cm}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 1269,1 \text{ rad/s}; \quad \nu_0 = 202 \text{ Hz.}$$

b) $m_F = 6,16 \text{ kg}$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m + 0,4857 \cdot m_F}} = 1210 \text{ rad/s}; \quad \nu_0 = 193 \text{ Hz.}$$

Aufgabe 2.4.2



$$f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I} \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{a}{l}\right)$$

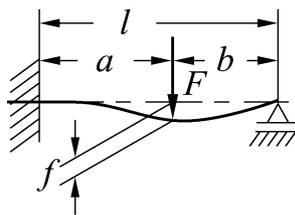
$$c = \frac{F}{f} = \frac{3 \cdot E \cdot I}{(l + a) \cdot a^2} = 262,78 \text{ N/cm,}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 44,12 \text{ rad/s}; \quad \nu_0 = 7,02 \text{ Hz.}$$

Aufgabe 2.4.3

Da die Scheibe nahe der Wellenmitte liegt, bewegt sie sich beim Schwingen kaum aus ihrer Ebene heraus. Das beim Schwingen auftretende Massenmoment ist sehr klein und kann vernachlässigt werden.

Wegen $D \gg d$ kann der zwischen A und B liegende Abschnitt als starre Einspannung des übrigen Wellenteiles angesehen werden.



$$E = 21 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$$

$$I = \frac{\pi}{64} \cdot d^4 = 117,86 \text{ cm}^4$$

$$f = \frac{F \cdot l^3}{4 \cdot E \cdot I} \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^2 \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{b}{3 \cdot l}\right)$$

$$c = \frac{F}{f} = \frac{12 \cdot E \cdot I \cdot l^3}{a^3 \cdot b^2 \cdot (3 \cdot l + b)} = 19,26 \cdot 10^4 \text{ N/cm}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 210,9 \text{ rad/s}; \quad \nu_0 = 33,57 \text{ Hz.}$$

Aufgabe 2.4.4

Zur Ermittlung der Federkonstanten c bringen wir im Schwerpunkt der Masse eine in Schwingrichtung wirkende statische Kraft F an und ermitteln die durch diese Kraft hervorgerufene Verschiebung f des Schwerpunktes. Dann ist $c = F/f$.

Beachte: Stab 1 wird sowohl verdreht als auch gebogen.

$$\text{a) } \frac{1}{c} = \frac{l_1^3}{3 \cdot E \cdot I_1} + \frac{l_1 \cdot l_2^2}{G \cdot I_{p1}} + \frac{l_2^3}{3 \cdot E \cdot I_2} = 19210 \text{ N/m}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 62,84 \text{ rad/s}; \quad \nu_0 = 10,00 \text{ Hz;}$$

$$\text{b) } \frac{\omega_d}{\omega_0} = \frac{\nu_d}{\nu_0} = \sqrt{1 - g^2} = 0,99995 \approx 1.$$



Prof. Dr.-Ing. PETER SELKE,

Studium an der Humboldt-Universität zu Berlin, der Technischen Universität Dresden und der Technischen Universität Chemnitz. Maschinenbau-Ingenieur 1968, Diplom-Ingenieur der Fachrichtung Angewandte Mechanik 1977. Promotion zum Dr.-Ing. (Dichtungstechnik/Plastizitätstheorie) 1989. Industrietätigkeit in den Firmen GASELAN Fürstenwalde und Kühlautomat Berlin, externe Industrieforschung für die Firma GERMANIA Chemnitz zur Hochdruckdichtungstechnik. Seit 1992 Professor für Technische Mechanik, Maschinendynamik und Finite-Elemente-Methode an der Technischen Fachhochschule Wildau.

Dieses Lehrbuch stellt eine Neubearbeitung des bekannten »Ziegler« dar. Seit dem Erscheinen der letzten Auflage von 1990 hat sich die Maschinendynamik zu einem eigenständigen Fachgebiet und Lehrfach an den deutschen Hochschulen entwickelt.

Dieser Entwicklung trägt die überarbeitete und aktualisierte Neuauflage Rechnung. Sie ist als Grundlagenlehrbuch – in erster Linie für das Studium – konzipiert und soll die Verbindung zwischen der Mechanik-Literatur (Kinematik und Kinetik) und der Spezialliteratur zur Maschinendynamik wie der Rotordynamik, Auswuchttechnik etc. herstellen. Anhand zahlreicher Bilder, Grafiken und Diagramme werden an geeigneten Modellen die physikalischen Zusammenhänge erklärt. Die durchgerechneten Beispiele und Übungsaufgaben aus den typischen Problemfeldern des Maschinenbaus sollen das Erlernte festigen und aufgeworfene Fragen beantworten. So wird ein umfassendes Verständnis der dynamischen Zusammenhänge und Wirkungen über die bloße Anwendung der Formeln hinaus entwickelt. Dies ist eine Grundvoraussetzung für die erfolgreiche Anwendung der meist umfangreichen Rechenprogramme, die für viele der im Buch beschriebenen Anwendungsgebiete Standard sind. Bei den vorgestellten Lösungsverfahren sind die mathematischen Grundlagen knapp gehalten; daher ist das Lehrbuch neben der Vorlesung auch gut für das Selbststudium geeignet.

Im Buch werden behandelt:

- *Modellbildung*
- *Schwingungsgrundlagen*
- *Schwinger mit mehreren Freiheitsgraden*
- *ausgewählte Kontinuumsschwingungen*
- *Schwingungsisolierung und Schwingungstilgung*
- *Biege- und Torsionsschwingungen an Wellen*
- *Kreiselwirkung*
- *Auswuchten und Massenausgleich*
- *Übungsaufgaben mit Lösungen*

ISBN
3-89432-010-9
978-3-89432-010-2