

Inhalt

Einleitung	13
Teil I Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung betrachten	18
Rechnen beschreiben	19
1 Verschiedene Lösungswerkzeuge	19
1.1 Zählen	20
1.2 Nutzen von strategischen Werkzeugen	24
1.3 Abrufen von Fakten	25
2 Vom Zählen zum Rechnen	26
2.1 Gründe für die Ablösung vom Zählen	27
2.2 Die Entwicklung vom Zählen zum Rechnen	28
2.3 Bedeutung der strategischen Werkzeuge	32
2.3.1 Strategische Werkzeuge und der Weg zur Automatisierung	32
2.3.2 Strategische Werkzeuge als Basis für flexibles Rechnen	33
Rechnen grundlegen und ausbauen	35
3 Den Zahlbegriff entwickeln	35
3.1 Konzepte und Tätigkeiten zur Zahlbegriffsentwicklung	36
3.2 Anschauungsmittel zur Zahlbegriffsentwicklung	41
3.2.1 Kardinale Materialien unterschiedlicher Strukturierung	42
3.2.2 Sinnfällige Vorstellungsbilder	45
3.2.3 Anschauungsmittel für das Ordnen von Zahlen	46
3.2.4 Anschauungsmittel für das Verorten von Zahlen	46
3.3 Die Zahlaspekte	47
3.3.1 Der Zählzahlaspekt	48
3.3.2 Der Kardinalzahlaspekt	48
3.3.3 Der Ordnungszahlaspekt	49
3.3.4 Der Rechenzahlaspekt	49
3.3.5 Der Maßzahlaspekt	50
3.3.6 Der Systemzahlaspekt	51
3.4 Strukturierung der Zahlaspekte	52
3.4.1 Die Strukturierung der Zahlaspekte in der Literatur	52
3.4.2 Zahlaspekte und Zahlbegriffsentwicklung in vorliegender Studie	54
4 Rechnen entwickeln	59
4.1 Operationsverständnis aufbauen	60
4.2 Die Entwicklung der sprachlichen Ausdrucksformen	63
4.3 Algebraische Vorstellung als Grundlage der Addition	64
4.4 Größen-Vorstellungen als Grundlage der Addition	68
4.5 Fazit	71

5	Flexibles Rechnen entwickeln	72
5.1	Begriffsklärung	73
5.1.1	Die Adäquatheit von Lösungsweg und Aufgabencharakteristik	74
5.1.2	Die Adäquatheit von Lösungsrichtigkeit und Lösungsgeschwindigkeit	75
5.1.3	Die Adäquatheit des Referenzrahmens	76
5.1.4	Begriffsbildung „flexibles Rechnen“ in vorliegender Studie	78
5.2	Indikatoren für flexibles Rechnen	80
5.3	Flexibles Rechnen fördern	82
5.3.1	Ansätze zum Mathematiklernen	83
5.3.2	Flexibles Rechnen im sozialen Austausch entwickeln	88
5.3.3	Flexibles Rechnen fördern	90
5.4	Fazit	95
6	Zahlenblick und Zahlenblickschulung	95
6.1	Begriffsklärung Zahlenblick	96
6.1.1	„Number sense“ oder „Zahlensinn“	96
6.1.2	„Structure sense“ oder Struktursinn	98
6.1.3	Zahlenblick	99
6.2	Die Schulung des Zahlenblicks	100
6.2.1	Die Schulung des Zahlenblicks in der Literatur	100
6.2.2	Die Schulung des Zahlenblicks in vorliegender Studie	102
6.2.3	Aktivitäten zur Zahlenblickschulung	107
	Besondere Schwierigkeiten beim Rechnenlernen	115
7	Mögliche Ursachen für die Entwicklung von Schwierigkeiten beim Rechnenlernen	115
7.1	Die kognitions- und entwicklungspsychologische Perspektive	115
7.1.1	Störungen in der kognitiven Verarbeitung	116
7.1.2	Störungen in der Zahlenrepräsentation	116
7.1.3	Schwierigkeiten in der (kognitiven) Verarbeitung im Arbeitsgedächtnis und in der Zahlenrepräsentation	118
7.1.4	Entwicklungsmodell zur Zahlenrepräsentation	121
7.2	Die fachdidaktische Perspektive	124
7.2.1	Aufbau und Hierarchie der Inhalte	125
7.2.2	Der Einfluss von Unterricht	127
8	Symptome	129
9	Förderung und Prävention	132
9.1	Prävention	132
9.2	Förderung	134
9.3	Die Entwicklung flexiblen Rechnens bei Kindern mit Lernschwierigkeiten in Mathematik	139
	Standortbestimmung	141
10	Positionierung	141
10.1	Begründungslinien	141
10.2	Forschungsdiesiderate	144

11	Forschungsfokus	146
11.1	Inhaltlicher Fokus	146
11.2	Methodologischer und methodischer Fokus.....	148
Teil II Die Entwicklung flexiblen Rechnens untersuchen		150
Methodologische und methodische Überlegungen		150
1	Forschungsdesign	151
1.1	Vorüberlegungen.....	151
1.2	Untersuchungsverlauf.....	153
2	Das Interview als Datenerhebungsinstrument	154
2.1	Planung klinischer Interviews.....	154
2.2	Besondere Herausforderungen bei der Befragung von Kindern	155
3	Die Datenauswertung	158
3.1	Die qualitative Inhaltsanalyse	158
3.1.1	Allgemeine Beschreibung	158
3.1.2	Übertrag auf die vorgestellte Untersuchung	160
3.2	Gliederung und Interpretation der Argumentationen.....	161
3.3	Typenbildung.....	163
Beschreibung der Untersuchung.....		167
4	Beschreibung der Stichprobe.....	167
4.1	Auswahl der Klassen.....	167
4.2	Auswahl der Kinder	169
4.2.1	Beschreibung der Diagnoseinstrumente	170
4.2.2	Beschreibung der Stichprobe.....	175
5	Die klinischen Interviews.....	176
5.1	Umsetzung der methodischen Vorüberlegungen.....	176
5.2	Beschreibung der Interviewaufgaben.....	178
5.2.1	Kurzdarstellung der Aufgabenstellungen der Bereiche I und III	178
5.2.2	Sortieraufgabe aus Schwerpunkt II.....	181
5.3	Beschreibung der Interviewverläufe	190
5.3.1	Erstes Interview	190
5.3.2	Zweites Interview.....	192
5.3.3	Drittes Interview	193
5.3.4	Viertes Interview	195
6.	Datenauswahl und Datenaufbereitung.....	196
6.1	Datenauswahl.....	196
6.2	Datenaufbereitung.....	196
7	Analyse der Daten.....	200
7.1	Analyse der Lösungswerkzeuge.....	202
7.2	Analyse der Argumentationen der Kinder	205
7.2.1	Theorien zur Strukturierung des Kategoriensystems.....	207
7.2.2	Entwicklung des Kategoriensystems.....	209

8	Die Interpretation der Argumentationen.	211
8.1	Theoretische Ansätze zur Analyse der Argumentationen	211
8.1.1	Der argumentationstheoretische Ansatz	211
8.1.2	Theorie zum Beweisen	212
8.2	Qualitative Einschätzung der Argumente	214
9	Typenbildung	216
9.1	Methodische Vorüberlegungen	216
9.2	Entwicklung einer Typologie zum Rechnenlernen in der ersten Klasse	217
9.2.1	Entwicklung des Merkmalsraums	217
9.2.2	Gruppierung der Fälle und Analyse der Zusammenhänge	219
9.3	Erarbeitung einer Gesamttypologie zur Entwicklung des flexiblen Rechnens	222
9.3.1	Entwicklung des Merkmalsraums und Gruppierung der Fälle.	222
9.3.2	Typenbildung zum flexiblen Rechnen	224
	Das Unterrichtsetting – die Schulung des Zahlenblicks.	227
10	Die Schulung der Lehrkräfte	227
11	Die Aktivitäten im Einzelnen	228
11.1	Aktivitäten zum Sehen mit Stützung	229
11.1.1	Anzahlen.	229
11.1.2	Größenrelationen	233
11.2	Aktivitäten zum Sehen auf formaler Ebene.	235
11.3	Aktivitäten zum Sortieren mit Stützung	236
11.4	Aktivitäten zum Sortieren auf formaler Ebene	237
11.5	Aktivitäten zum Strukturieren mit Stützung.	238
11.6	Aktivitäten zum Strukturieren auf formaler Ebene	239

**Teil III Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung verstehen –
Ergebnisse 241**

	Ergebnisse und Erkenntnisse.	241
1	Typologie zum flexiblen Rechnen.	241
1.1	Charakterisierung der Typen	242
1.1.1	Der Zähler – ein Haupttypus	244
1.1.2	Der mechanische Rechner – ein Haupttypus	245
1.1.3	Der flexible Rechner – ein Haupttypus	247
1.1.4	Der Experte – ein Haupttypus.	248
1.1.5	Der Zähler mit mechanisch orientierten Abweichungen – ein Zwischentypus.	250
1.1.6	Der verfahrensorientierte Rechner – ein Zwischentypus	252
1.1.7	Der Zähler mit beziehungsorientierten Abweichungen – ein Zwischentypus.	253
1.1.8	Der versuchsweise beziehungsorientierte Rechner – ein Zwischentypus	254
1.1.9	Der beziehungsorientierte Rechner – ein Zwischentypus	256
1.2	Einordnung der Typen in die Theorie	257

2	Deskription und Interpretation der Entwicklungsverläufe	264
2.1	Unterschiedliche Entwicklungsverläufe beim Rechnenlernen	264
2.1.1	Entwicklungsverläufe zum Zähler	265
2.1.2	Entwicklungsverläufe zum Zähler mit mechanisch orientierten Abweichungen	266
2.1.3	Entwicklungsverlauf zum Zähler mit beziehungsorientierten Abweichungen	267
2.1.4	Entwicklungsverlauf zum verfahrensorientierten Rechner.	268
2.1.5	Entwicklungsverläufe zum mechanischen Rechner.	269
2.1.6	Entwicklungsverläufe zum beziehungsorientierten Rechner	269
2.1.7	Entwicklungsverläufe zum flexiblen Rechner	270
2.1.8	Entwicklungsverläufe zum Experten	272
2.2	Einfluss der Zahlenblickschulung auf die Rechenentwicklung.	273
2.3	Einordnung der Entwicklungsverläufe in die Theorie	277
2.3.1	Entwicklungen in Wellen	278
2.3.2	Die Funktion strategischer Werkzeuge	279
2.3.3	Die Rolle der Zahlenblickschulung	280
2.3.4	Der Einfluss von Sprache und Lernangeboten	281
3	Deutungshypothesen	282
4	Zusammenfassung.	286
	Diskussion und Ausblick	290
	Literatur	297
	Abbildungsverzeichnis.	318

Der Anhang ist online verfügbar unter www.waxmann.com/buch3037.